POLI-Lab @ home

Il pendolo semplice

Presentazione del Progetto Poli-Lab @ home

Il progetto nasce per dare la possibilità di stabilire, anche da casa, il fondamentale contatto tra quanto si apprende dal punto di vista teorico e quanto accade in natura. In poche parole per dare la possibilità agli studenti del Politecnico di Torino, o a chiunque ne abbia il piacere e il desiderio, di fare esperimenti che si affianchino a quelli proposti in sede, all'interno dei Laboratori. Siamo, infatti, profondamente convinti che laddove si stabilisca la relazione tra teoria e fenomeno naturale si abbia la possibilità di comprendere la Fisica ad un livello più alto.

Mettere in piedi, un progetto di questo tipo ha richiesto flessibilità e una certa dose di creatività. Potrete rendervi conto di ciò leggendo gli esperimenti proposti e realizzandoli in ambienti informali ...come ad esempio la vostra stanza.

Ci farebbe grande piacere, se voi, studenti, consideraste questo progetto come un'opportunità. Uno stimolo alla flessibilità, al pensiero critico e alla creatività. Saremmo felici se prendeste sul serio gli esperimenti che i vostri docenti vi suggeriranno di fare, perché quel che vi staranno proponendo è di "giocare" con le leggi di natura. Dovrete affrontare e risolvere piccoli imprevisti, sforzatevi di superarli con ingegno e creatività. Siete parte del processo formativo proposto dall'Ateneo, quindi vi chiediamo di darci suggerimenti e spunti per migliorare gli esperimenti proposti e di produrre un video di 1 o 2 minuti, che vi riprenda all'opera con il vostro apparato sperimentale e ci mostri i risultati che avete ottenuto. Potete inviarci le vostre idee e il link al video compilando il form che trovate sul sito alla pagina dell'esperimento. Buon Lavoro!

Menu delle attività

1. **Misura del periodo del pendolo e dell'accelerazione di gravità con Tracker.**

   [Singolo studente] *Breve descrizione*. Costruzione del pendolo, realizzazione di un filmato delle oscillazioni, analisi del video con il software Tracker, determinazione del periodo attraverso fit sinusoidale del diagramma x(t).

2. **Misure ripetute per la determinazione del periodo di un pendolo e dell'accelerazione di gravità.**

   [Singolo studente] *Breve descrizione*. Costruzione del pendolo, misura ripetuta del periodo con un cronometro, determinazione del valor medio e dell'incertezza su ogni singola misura, calcolo dell'incertezza sul valor medio, valutazione dell'accelerazione di gravità e della sua incertezza assoluta.

3. **Studio della dipendenza del periodo di un pendolo dalla sua lunghezza e determinazione della accelerazione di gravità.**

   [Collaborazione tra almeno 5 studenti] *Breve descrizione*. Costruzione del pendolo, ogni componente della collaborazione determina il periodo di un pendolo con lunghezza diversa, fit lineare con il metodo dei minimi quadrati della relazione tra periodo al quadrato e lunghezza, determinazione della accelerazione di gravità e della sua incertezza assoluta a partire dai parametri del fit.

Materiale necessario e Costruzione del Pendolo

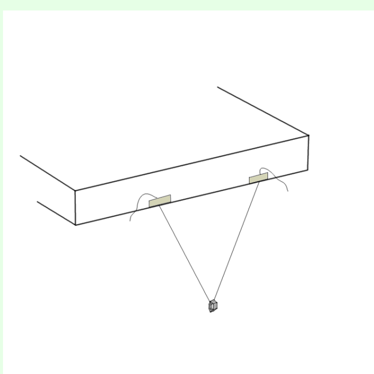
Materiale Necessario

- Filo sottile per cucire.
- 1 dado meccanico leggero o una rondella metallica (consigliamo una massa tra i 5 e i 15 grammi).
- Nastro adesivo (meglio se di carta).
- (Per l'attività n°1) Smartphone o Tablet con video camera.
- (Per l'attività n°1) Software gratuito "Tracker" (physlets.org/tracker/) compatibile con i seguenti sistemi operativi: Windows, OS X, Linux-32 e 64 bit.
- 1 PC con un folgio di calcolo (Excel, Libre Office, ...).
- 1 metro estensibile (sensibilità 1mm).

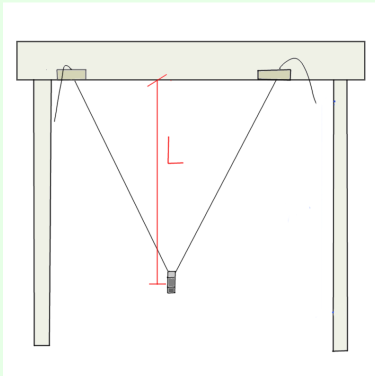
Costruzione del Pendolo.

Il pendolo è realizzato con del filo sottile per cucire e un dado meccanico leggero (consigliamo massa tra i 5 e i 15 grammi), le estremità del filo si fissano con del nastro adesivo (di carta se possibile) al bordo di un tavolo o di una scrivania. È anche possibile pensare di fissare il pendolo al traverso di una porta.

- *Come mostrato in figura, il nastro adesivo deve essere allineato e "a filo" del bordo inferiore del sostegno a cui si fissa il pendolo (bordo scrivania, tavolo, traverso). Questo per garantire alle due estremità del filo di poter ruotare liberamente intorno ai punti di contatto.*



- **Attenzione**. *La lunghezza L del pendolo sarà la distanza che intercorre tra il baricentro della massa sospesa (il centro del dado) e il bordo inferiore del sostegno.*



- *La massa oscillante si porterà naturalmente in posizione simmetrica rispetto ai due punti di sospensione. Tuttavia, consigliamo un veloce controllo visivo prima di utilizzare il pendolo per le attività di misura.*

Accorgimenti generali e approssimazioni.

- *Costruire il pendolo in modo che sia il più lungo possibile (da 40 cm in su).*

  Quando si realizza un esperimento è fondamentale porre attenzione alla *minimizzazione degli errori relativi*. È dunque sempre consigliabile fare in modo che i valori delle grandezze che misureremo siano grandi rispetto agli errori che commetteremo. Nel nostro caso, per esempio, dovendo misurare tempi di oscillazione e lunghezza del pendolo, ci converrà costruire un pendolo di lunghezza elevata (compatibilmente con le limitazioni degli spazi). Maggiore sarà la lunghezza (diciamo dai 40 cm in sù), minore sarà l'errore relativo sulla lunghezza e sul periodo (le oscillazioni saranno più lente, quindi meno importante l'errore introdotto dai nostri tempi di reazione).

- *Limitarsi ad ampiezze di oscillazione che siano inferiori a 1/10 della lunghezza L del pendolo.*

  Nell'ambito del corso di Fisica 1 il pendolo semplice viene modellato nell'approssimazione di piccole oscillazioni ($sin\theta \sim 0$), scelta che ci consente di considerare armonico e monodimensionale il moto della massa oscillante.

Attività 1. Misura del periodo e dell'accelerazione di gravità con Tracker.

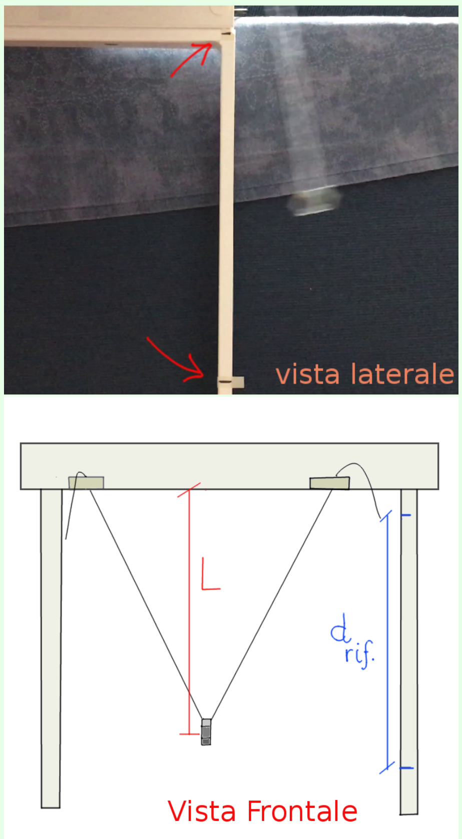
Scopo di questa attività è la misura del periodo di oscillazione di un pendolo a partire dall'analisi di un video delle oscillazioni del pendolo costruito. L'analisi viene svolta nel framework del software Tracker che consente di "tracciare" la posizione della massa oscillante durante il suo moto. Dopo aver determinato il periodo del pendolo si procederà a valutare l'accelerazione di gravità a patire dalla relazione che la lega al periodo e alla lunghezza del pendolo. Infine si valuterà l'incertezza assoluta della accelerazione di gravità attraverso il calcolo della propagazione dell'errore.

Partiamo dalla situazione in cui il pendolo sia già stato realizzato seguendo le indicazioni della sezione dedicata alla costruzione dell'apparato. Il primo obiettivo da raggiungere, dunque, è la realizzazione di un filmato che riprenda un certo numero di oscillazioni del pendolo.

Attività 1. Filmato del moto. Procedura Operativa.

- Al fine di riuscire a tracciare la massa oscillante con il software Tracker è bene che la sua immagine sia ben distinguibile dallo sfondo (esempio: massa chiara, sfondo scuro o viceversa).
- Misurare e annotarsi la lunghezza L del pendolo.
- Stabilire e annotarsi l'incertezza su L. Ci aspettiamo che essa dovrà essere maggiore della sensibilità dello strumento di misura utilizzato (il metro estensibile ha una sensibilità di 1mm). Dunque, per evitare sottostime, possiamo assegnare all'incertezza δL il valore di 5 mm.

- Posizionare sullo sfondo, nelle immediate vicinanze del pendolo (per es. su una gamba del tavolo), due pezzi di nastro adesivo (vedi figure) su cui disegnare 2 tacche ben visibili. Misurare e annotarsi la distanza d_{rif} tra le due tacche. Questa servirà per informare il software circa i valori delle distanze nell'immagine. Per questioni di minimizzazione dell'errore relativo è bene che la d_{rif} occupi un'alta percentuale dell'altezza dell'inquadratura del filmato.



- Porsi in una posizione tale per cui la direzione di ripresa giaccia sul piano formato dai 2 fili del pendolo in posizione di riposo. Dal punto di vista pratico è sufficiente porre il cellulare in posizione verticale, a lato del pendolo, in una posizione da cui i due fili appaiano sovrapposti l'uno all'altro. In questo modo la ripresa avviene perpendicolarmente alla direzione del moto del corpo oscillante.

- Effettuare la ripresa facendo attenzione che le due tacche che determinano la distanza di riferimento d_{rif} appaiano nell'inquadratura. Infine, accertarsi che l'ampiezza dell'oscillazione occupi una buona percentuale dell'inquadratura.

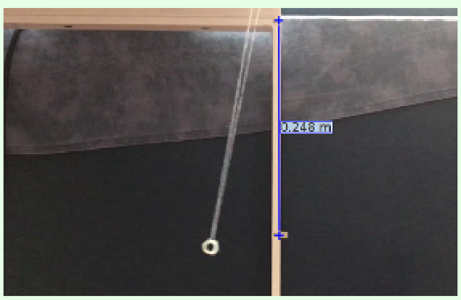
Realizzato il filmato, lo si importa sul computer e si procede all'analisi con il software Tracker.

Attività 1. Analisi con Tracker.

Diamo un'idea generale di come si conduca l'analisi del moto con Tracker. Il VIDEO4, associato a questo documento, mostra passo passo e dinamicamente, come operare.

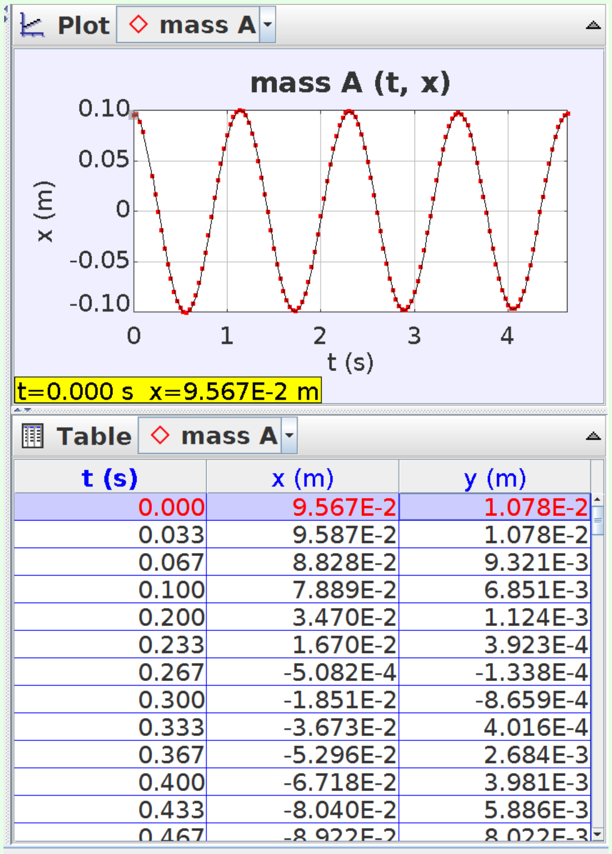
- Si importa il video in Tracker (File / Import)
- Si definisce un sistema di riferimento delle posizioni (x,y). Nell'immagine rappresentato dagli assi color magenta.

- Si inserisce nel programma la lunghezza di riferimento d_{rif}.



- Si traccia la posizione del corpo in ogni fotogramma del filmato che sia di interesse.

- A mano a mano che si traccia la posizione del corpo, Tracker offre sia il grafico x(t) della componente orizzontale della posizione sia i dati numerici (vedi colonne sottostanti). [Lavorando in condizioni di piccole oscillazioni trascureremo le deviazioni della massa oscillante dalla direzione x.]



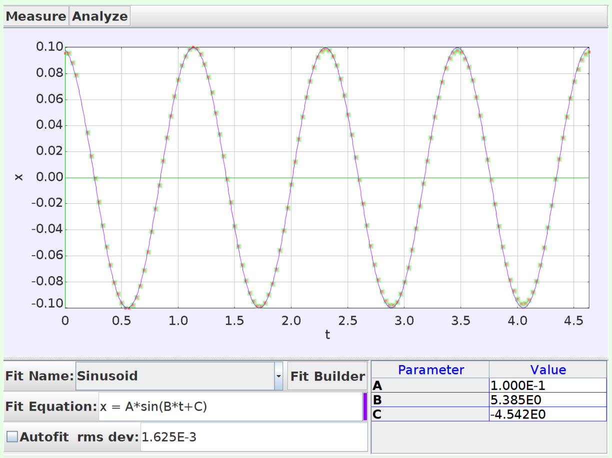
t (s)	x (m)	y (m)
0.000	9.567E-2	1.078E-2
0.033	9.587E-2	1.078E-2
0.067	8.828E-2	9.321E-3
0.100	7.889E-2	6.851E-3
0.200	3.470E-2	1.124E-3
0.233	1.670E-2	3.923E-4
0.267	-5.082E-4	-1.338E-4
0.300	-1.851E-2	-8.659E-4
0.333	-3.673E-2	4.016E-4
0.367	-5.296E-2	2.684E-3
0.400	-6.718E-2	3.981E-3
0.433	-8.040E-2	5.886E-3
0.467	-8.922E-2	8.022E-3

- Aprendo la finestra "Data Tool (Analyze)" (View / Data Tool (Analyze)) si ha la possibilità di fittare i punti sperimentali con un sinusoide del tipo

$$x(t) = A\, sin(Bt + C)\,. \tag{1}$$

Dove A rappresenta l'ampiezza, B la pulsazione ω, C la fase Φ del moto armonico.

- L'operazione di fitting è fatta manualmente variando i parametri A, B, C a mano (cioè inserendo direttamente i valori) o con delle freccette "cliccabili" che consentono una regolazione fine dei loro valori. Al termine di questa operazione si determina il valore di ω, parametro B, che garantisce il miglior fit. In questo esempio $\omega = 5.385\, s^{-1}$. Il risultato del fitting è mostrato nella figura sottostante.



- Dal valore di ω si passa alla frequenza f, al periodo T e, infine, alla stima del modulo dell'accelerazione di gravità g:

$$f = \frac{\omega}{2\pi}, \quad T = \frac{1}{f}, \quad g = \frac{4\pi^2 L}{T^2}. \tag{2}$$

Non resta che valutare l'incertezza assoluta sulla misura della accelerazione di gravità.

Attività 1. Valutazione delle incertezze.

Per valutare l'incertezza assoluta su g abbiamo bisogno di utilizzare le usuali tecniche di calcolo della propagazione dell'errore. (sulla pagina del sito trovate un breve VIDEO che riprende la tecnica di calcolo dell'incertezza attraverso la differenziazione).

- In prima approssimazione possiamo assegnare al periodo T l'incertezza strumentale del nostro "cronometro". La cadenza temporale è data dalla frequenza di acquisizione della nostra videocamera (frame-rate o frame per second) che si evince dalla colonna dati dei tempi, valutando la distanza tra due istanti successivi. Nel caso portato ad esempio il frame-rate è di 30 Hz, quindi l'incertezza strumentale sarà pari a $\delta t = \frac{1}{30} s = 0.03\, s$
- L'incertezza su L, misurata con un metro estensibile, può essere considerata pari a 0.5 cm. Questa scelta ci garantisce di non sottostimare gli errori dovuti ad un eventuale disallineamento tra il metro e la grandezza in oggetto.

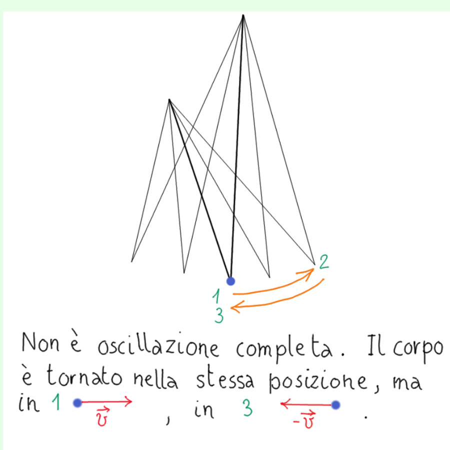
Attività 2. Misure ripetute per la determinazione del periodo di un pendolo e dell'accelerazione di gravità.

Lo scopo di questa esperienza consiste nella determinazione del periodo di un pendolo semplice a partire da una serie di misure ripetute. Quindi, nell'utilizzare il periodo ricavato per calcolare l'accelerazione di gravità.

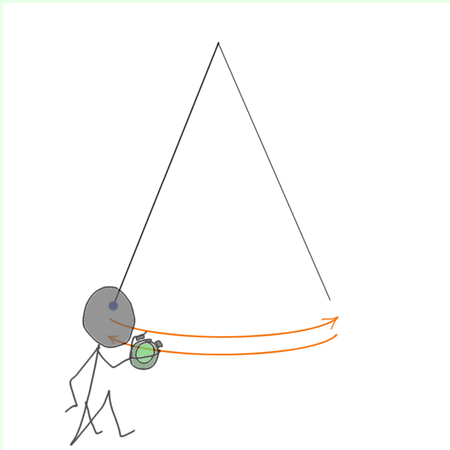
Partiamo dalla situazione in cui il pendolo sia già stato realizzato seguendo le indicazioni della sezione dedicata alla costruzione dell'apparato.

Attività 2. Procedura operativa per la misura del periodo T.

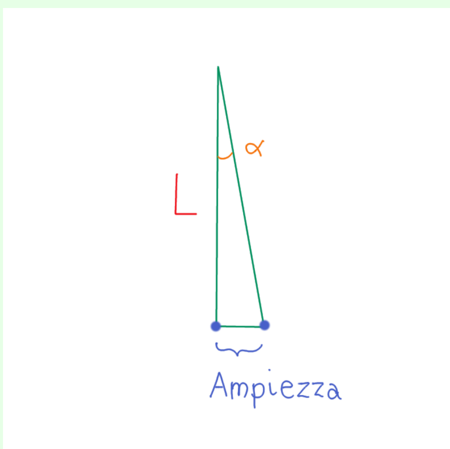
- Misurare e annotarsi la lunghezza L del pendolo.
- Stabilire e annotarsi l'incertezza su L (ci aspettiamo che essa dovrà essere maggiore della sensibilità dello strumento di misura utilizzato, probabilmente pari a 1 mm. Dunque, per evitare sottostime, possiamo assegnare all'incertezza δL il valore di 5 mm).
- Stabilire il numero di oscillazioni di cui si misurerà la durata (consigliamo di lavorare con 5 oscillazioni). Ricordiamo che per avere un'oscillazione completa non è sufficiente che il corpo torni alla posizione precedentemente occupata, è necessario aggiungere la condizione che abbia anche lo stesso verso della velocità che precedentemente aveva in quel punto.



- Posizionarsi a lato della traiettoria descritta dal pendolo in corrispondenza di uno dei due punti di inversione del moto. Ad ogni ritorno del pendolo in quel punto si sarà completata un'oscillazione. In quel punto, inoltre, il pendolo avrà velocità nulla quindi la misura della durata delle 5 oscillazioni sarà più accurata.



- Mettere in oscillazione il pendolo ricordando di rispettare la condizione di piccole oscillazioni (ampiezza di oscillazione minore di circa 1/10 della lunghezza L del pendolo).



- Ripetere la misura della durata di 5 oscillazioni 100 volte e annotarsi i 100 valori $T_5^{(i)}$ misurati (con i che va da 1 a $N = 100$).

- Lavorando su un foglio di calcolo (Excel, Libre Office, ...) valutare il valor medio di $\overline{T}_5$:

$$\overline{T}_5 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} T_5^{(i)} \tag{3}$$

- Valutare l'incertezza associata ad ogni singola misura del periodo di 5 oscillazioni. Essa sarà data dalla deviazione standard delle 100 misure raccolte:

$$\delta T_5 = \sqrt{\frac{1}{N-1}\sum_{i=1}^{N}(T_5^{(i)} - \overline{T}_5)^2}$$

- Calcolare l'incertezza sul valor medio $\overline{T}_5$:

$$\delta \overline{T}_5 = \frac{\delta T_5}{\sqrt{N}} \tag{4}$$

  Questo è un punto cruciale dell'esperimento, la relazione (4) rappresenta il motivo principale per cui sia importante avere una ricca statistica (alto valore di N): l'incertezza sul valor medio viene ridotta di un fattore $\sqrt{N}$ rispetto all'errore sulla singola misura.

- Valutare il valor medio del periodo T del pendolo, la durata, cioè, della singola oscillazione:

$$\overline{T} = \frac{\overline{T}_5}{5} \tag{5}$$

- Propagare l'incertezza da $\overline{T}_5$ a $\overline{T}$:

$$\delta \overline{T} = \frac{\delta \overline{T}_5}{5} \tag{6}$$

- L'esito dell'esperimento è:

$$T = \overline{T} \pm \delta \overline{T}\,. \tag{7}$$

Una volta determinato il periodo del pendolo e la sua incertezza si può procedere alla stima dell'accelerazione di gravità a partire dalla conoscenza di T ed L.

Attività 2. Calcolo dell'accelerazione di gravità

- Usare la relazione che esprime il periodo in funzione della lunghezza del pendolo per calcolare g a partire dal periodo $\overline{T}$ e dalla lunghezza L ricavati dall'esperimento.

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L \,. \tag{8}$$

- Calcolare l'incertezza sul valore di g così ottenuto, usando le consuete tecniche per il calcolo della propagazione dell'errore. (sulla pagina del sito trovate un breve VIDEO che riprende la tecnica di calcolo dell'incertezza attraverso la differenziazione).

Attività 3. Studio della dipendenza del periodo di un pendolo dalla sua lunghezza e determinazione della accelerazione di gravità.

L'attività prevede la collaborazione di più studenti (in numero maggiore o uguale a 5). Ogni studente realizzerà un pendolo bifilare di lunghezza diversa e ne determinerà il periodo a partire da misure ripetute della durata di 4 oscillazioni complete (consigliamo un numero tra 40 e 80 misurazioni). Terminato il lavoro del singolo (per la procedura sperimentale vedi Attività 2) inizierà la fase collaborativa di condivisione e analisi dati.

Mettendo insieme i dati di ogni singolo componente, il gruppo avrà a disposizione un set di dati formato da almeno 5 coppie di valori del tipo lunghezza del pendolo, periodo:

$$(L_i, T_i) \tag{9}$$

dove L_i è la lunghezza del pendolo dell'i-esimo studente e T_i il periodo corrispondente.

Scopo di questa attività è rappresentare su un grafico i punti aventi come ascissa la lunghezza L_i dei pendoli e in ordinata il quadrato dei periodi, T_i^2 (Fig. 1). Quindi, con il metodo dei minimi quadrati, trovare i parametri a e b della retta che meglio si adatta ai dati sperimentali (Fig. 2):

$$y = ax + b \tag{10}$$

dove $y = T^2$ e $x = L$. Dal valore della pendenza di questa retta si dovrà evincere il valore dell'accelerazione di gravità. Tutto sarà fatto alla luce della teoria del pendolo semplice, già sapendo cioè che la relazione tra T^2 e L è una retta passante per l'origine con pendenza inversamente proporzionale a g:

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L\,. \tag{11}$$

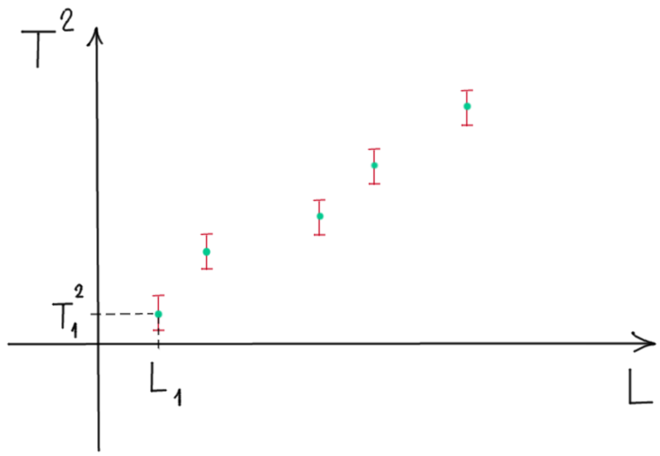


Figure 1: Il plot di T^2 vs. L. Ogni punto del grafico rappresenta il risultato ottenuto da un componente del gruppo.

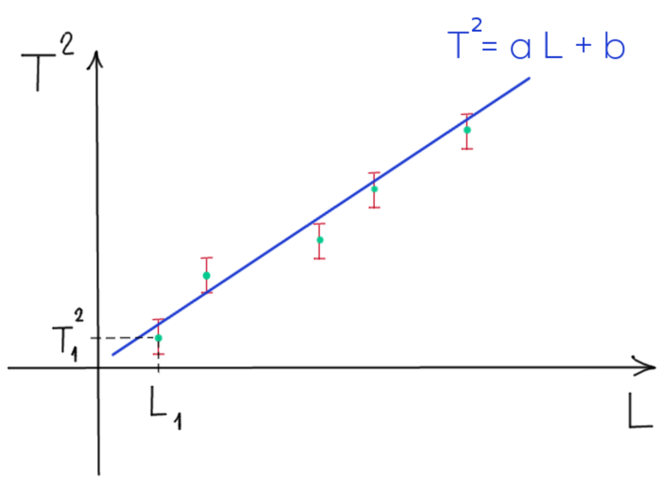


Figure 2: Con il metodo dei minimi quadrati si cercheranno i valori dei parametri a e b che meglio adattano la retta ai dati sperimentali

Attività 3. Il metodo dei minimi quadrati: calcolo dei parametri a e b.

- L'obiettivo da cogliere è la determinazione della retta che meglio si adatta ai nostri dati sperimentali (L_i, T_i^2). In particolare trovare i valori di a, il coefficiente angolare, e di b, l'intercetta, che definiscono tale retta.

- Il pedice i varia da 1 a N, dove N rappresenta il numero di dati (nel nostro esempio $N = 5$).

- Da qui in avanti indicheremo i valori della variabile indipendente L_i con il simbolo x_i, essa infatti rappresenta le ascisse dei nostri dati. La variabile dipendente T_i^2 sarà indicata dal simbolo y_i.

- La teoria ci dice che per determinare i 2 parametri a e b, occorre calcolare 4 grandezze:

$$\sum_{i=1}^{N} x_i \quad , \sum_{i=1}^{N} y_i \quad , \sum_{i=1}^{N} x_i^2 \quad , \sum_{i=1}^{N} x_i y_i$$

- Un foglio di calcolo (Excel, Libre Office, ...) può aiutarci molto nel raggiungere il nostro obiettivo. Per prima cosa possiamo definire due colonne di dati. Una per le x_i, con le 5 lunghezze dei pendoli, l'altra per le y_i, contenente i 5 valori corrispondenti di periodo al quadrato.

- Adesso riempiamo 2 nuove colonne. In una, al fianco delle colonne dati, calcoleremo x_i^2, nella successiva il prodotto $x_i\, y_i$.

- A questo punto dovremmo avere 4 colonne di 5 righe. Nella prima avremo i valori di x_i, nella seconda il valori y_i, nella terza gli x_i^2, nella quarta gli $x_i\, y_i$.

- Per non confonderci lasciamo una riga vuota sotto queste 4 colonne e nella riga successiva calcoliamo le somme di tutti gli elementi soprastanti. Così, per esempio, sotto la colonna degli x_i avremo la $\sum_{i=1}^{N} x_i$.

- Ora non resta che calcolare i valori dei parametri a e b della retta che rappresenterà il legame lineare tra le nostre variabili. Dovremo utilizzare queste formule (tutte le sommatorie sono da intendersi con i che va da 1 a N):

$$\Delta = N \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2 \tag{12}$$

$$a = \frac{N \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\Delta} \tag{13}$$

$$b = \frac{\sum x_i^2 \sum y_i - \sum x_i \sum x_i y_i}{\Delta} \tag{14}$$

A questo punto dovremmo aver trovato i parametri a e b che definiscono la retta che meglio si adatta ai nostri dati. Possiamo rappresentarla in sovrapposizione al grafico dei 5 punti sperimentali. In questo modo otterremo un grafico analogo a quello di figura (2). Analizzandolo avremo modo di fare subito due controlli grezzi sui calcoli svolti fino ad ora:

1. La retta disegnata dovrebbe adattarsi ai nostri punti sperimentali. Se essa passa lontano da essi o manifesta una pendenza in vistoso disaccordo con quella che i dati sperimentali lasciano intravedere, probabilmente qualche calcolo ci sarà sfuggito di mano.

2. Il modello teorico ci dice che la relazione lineare tra T^2 e L è espressa da una retta che passa per l'origine. Ci aspettiamo quindi un piccolo valore per il parametro b. Altro campanello di allarme, allora, giungerà da eventuali valori dell'intercetta vistosamente diversi da zero.

Effettuati questi controlli, andiamo avanti con l'analisi. Adesso è fondamentale calcolare l'incertezza con cui abbiamo stimato la pendenza a e l'intercetta b della retta. Il motivo, ad esempio, è che useremo il valore di a per stimare g, avremo dunque bisogno dell'incertezza di a per poi propagarla sull'incertezza dell'accelerazione di gravità.

Attività 3. Il metodo dei minimi quadrati: l'incertezza di a e di b.

- Le incertezze sui parametri si valutano con queste formule:

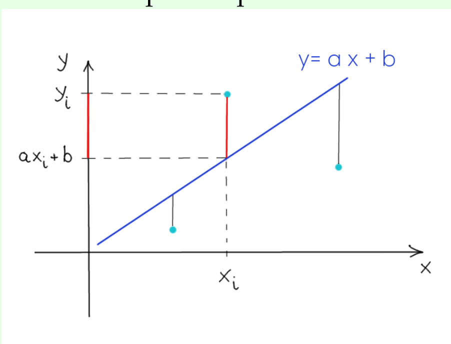
$$\delta a = \delta y \sqrt{\frac{N}{\Delta}} \quad , \quad \delta b = \delta y \sqrt{\frac{1}{\Delta} \sum x_i^2} \tag{15}$$

dove δy rappresenta l'incertezza sulle ordinate sperimentali, cioè sui periodi al quadrato T_i^2. Per capirci, quelle indicate dalle barre di errore rosse in figura (1).

- L'incertezza δy può essere calcolata usando questa relazione

$$\delta y = \sqrt{\frac{1}{N-2} \sum_{i=1}^{N} (a x_i + b - y_i)^2}\,, \tag{16}$$

che esprime una sorta di valor medio dello scarto quadratico tra la retta trovata e i punti sperimentali. Osservando la figura sottostante, infatti, si nota che la differenza ad argomento della sommatoria è, in modulo, la lunghezza del segmento rosso: la distanza in ordinata tra punto sperimentale e retta.



Avendo trovato le incertezze sui parametri della retta che meglio si adatta ai punti sperimentali, possiamo raffinare il nostro controllo sui risultati dell'analisi. Come detto prima, ci aspettiamo che b abbia un valore prossimo a zero. Adesso siamo in grado di verificare se il range di variabilità del parametro b, cioè l'intervallo $[b - \delta b, b + \delta b]$ contenga al suo interno lo zero.

Detto questo, passiamo alla fase finale, ovvero alla stima del valore di g a partire dalla pendenza a della retta.

Attività 3. Calcolo di g e della sua incertezza.

Come già ricordato più volte, dalla teoria sappiamo che la relazione tra T^2 e L è espressa dall'equazione

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{g} L\,. \tag{17}$$

Adesso, però, abbiamo in mano una stima del coefficiente angolare di questa relazione: il parametro a. Possiamo quindi scrivere

$$a = \frac{4\pi^2}{g} \tag{18}$$

e da questa equazione possiamo ricavare il valore di g. Procediamo:

- Calcoliamo g usando il valore del parametro trovato con i minimi quadrati:
$$g = \frac{4\pi^2}{a}. \tag{19}$$
- Tramite l'incertezza di a (15) valutiamo l'incertezza δg sul valore di g. A tal fine si usa la consueta tecnica di calcolo per la propagazione dell'errore. (sulla pagina del sito trovate un breve VIDEO che riprende la tecnica di calcolo dell'incertezza attraverso la differenziazione).
- L'attività si conclude esprimendo il valore numerico di g ottenuto con questa procedura:
$$g = \frac{4\pi^2}{a} \pm \delta g. \tag{20}$$